連続した整数の並びと証明

北海道教育委員会　令和 8 年度公立高等学校入学者選抜　数学

北海道教育委員会　二次利用条件

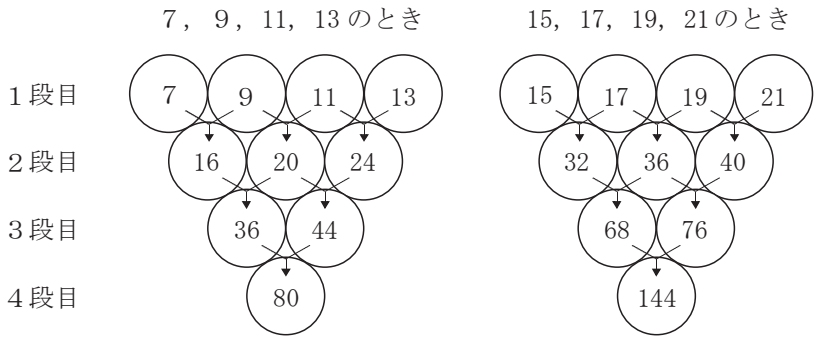
指定ページを抜粋し出典表紙を追加。問題ページは原資料のまま。

https://www.koukou.hokkaido-c.ed.jp/gakuryokukensa/r08gakuryoku/r08nyuusi_suugaku.pdf

https://www.dokyoi.pref.hokkaido.lg.jp/hk/gks/SecondaryUse.html

2 真弥さんは，図１のように，４段に並んでいる◯の１段目に，連続する４つの奇数を順に入れました。そして，１段目の隣り合う２つの数の和を２段目の◯に入れ，同じようにして３段目，４段目の数を求めました。

図１



真弥さんは，４段目の80と144がどのような数であるか調べるため，それぞれ素因数分解したところ，$80=2^4\times5$，$144=2^4\times3^2$ となり，2^4 が共通な因数であることがわかりました。2^4 は16であることから，次のように予想しました。

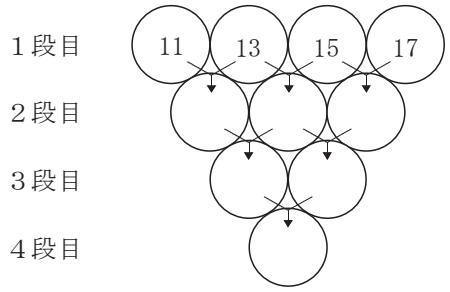
（予想）

> １段目にどんな連続する４つの奇数を順に入れても，４段目の数はいつも16の倍数になる。

次の問いに答えなさい。（配点　16）

問１　連続する４つの奇数が，11，13，15，17のとき，４段目の数が16の倍数になるかどうかを次のように確かめます。 ［ ① ］，［ ② ］ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

> １段目に入れる数が11，13，15，17のとき，４段目の数は ［ ① ］ となり，この数は16×［ ② ］ と表すことができる。



問２　真弥さんの予想が正しいことを，次のように説明するとき，［　　］に，３段目の２つの数と４段目の数を，それぞれnを使った式で示すことで，４段目の数が16の倍数となる理由を書き入れ，説明を完成させなさい。

（説明）

nを整数とすると，連続する４つの奇数は，$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$，$2n+7$と表される。

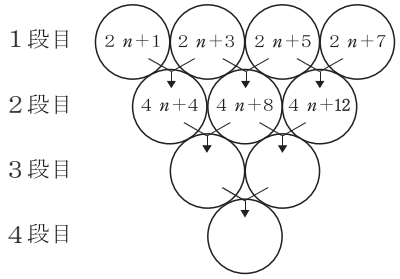
このとき，２段目の数は，それぞれ，

$(2n+1)+(2n+3)=4n+4$

$(2n+3)+(2n+5)=4n+8$

$(2n+5)+(2n+7)=4n+12$

であり，



［　　］

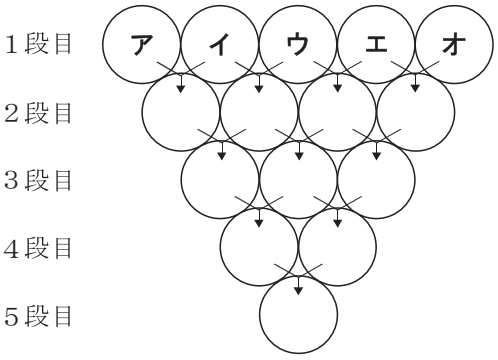
したがって，１段目にどんな連続する４つの奇数を順に入れても，４段目の数はいつも16の倍数になる。

問３　真弥さんは，図２のように，◯を５段に増やし，◯の１段目には，奇数ではなく連続する５つの偶数を順に入れることにし，図１と同じようにして，２段目から５段目までの数を求めました。

５段目の数について，次のように説明するとき，［①］，［④］に当てはまる整数を，それぞれ書きなさい。また，［②］，［③］それぞれに当てはまるものを，図２の**ア**～**オ**から選びなさい。

ただし，［①］には，当てはまる整数のうち最も大きい整数を書くこと。

図２



（説明）

連続する５つの偶数を順に入れると，５段目の数は，［①］の倍数になる。また，１段目の◯のうちの［②］と［③］の和と，５段目の数との関係に着目すると，５段目の数は，いつも［②］と［③］の和の［④］倍になる。